XXVII научно-практическая конференция школьников г. Пензы
«Я исследую мир», посвящённая 360-летию города Пензы

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа
с углубленным изучением информатики № 68 г. Пензы

Проект

Математический калейдоскоп

Выполнили:
Матерн Александр,
Ашмарина Арина,
Моисеева Арина,
Тарасова Анастасия,
Лыдин Владислав
ученики 10 класса
Руководитель:
Богомолова О.П.,
учитель математики

г. Пенза, 2023 г.

Паспорт проекта

1. Название проекта	Математический калейдоскоп
2. ФИО разработчика(ов) проекта	Матерн Александр, Ашмарина Арина, Моисеева Арина, Тарасова Анастасия, Лыдин Владислав
3. Класс	10
4. **Руководитель (куратор) работы**	Богомолова Ольга Петровна
5. Год разработки учебного проекта	2020-2021,2021-2022,2022-2023 уч.гг.
6. Проблемная ситуация. Проблема	Недостаточное количество наглядных пособий по разным темам предмета математики в школе, как в рамках программы, так и за ее пределами.
7. Цель проекта	Наглядное представление математических процессов, явлений, понятий, популяризация математики, стимулирование интереса у учащихся к предмету
8. Задачи – этапы – способы решения	Изготовление моделей, имеющих математическую составляющую, мастер-класс как изготовить самостоятельно некоторые модели
9. Ведущая деятельность	Проектная
10. Сфера применения результатов	Математика, урочная и внеурочная деятельность
11. Используемые технологии	Моделирование
12. Форма продуктов проектной деятельности	Модели математических процессов и явлений, понятий
13. Способ представления результатов	Выставка моделей
14. Предметная область	Математика
15. Время работы (краткосрочный/ среднесрочный/долгосрочный)	Среднесрочный

По мотивам книги https://book.etudes.ru
Математическая составляющая / Редакторы-составители Н. Н. Андреев, С. П. Коновалов, Н. М. Панюнин ; Художник-оформитель Р. А. Кокшаров. — 2-е изд., расш. и доп. — М. : Фонд «Математические этюды», 2019. — 367 с. : ил. — ISBN 978-5-906825-02-5. — Тираж 17 000 экз.
https://etudes.ru

Штейнгауз Г.Д. Математический калейдоскоп. М.-Л.:1949

Список моделей https://etudes.ru/

2021 год

Исчезающая клетка и числа Фибоначчи
Сумма внутренних углов треугольника на плоскости, цилиндрической, конической поверхности и на сфере
Сумма внешних углов выпуклого многоугольника
Разбиение на трапеции
Гиперкуб
Гиперболическая поверхность - модель №1, №2, №3:
Чипсы: гиперболический параболоид
Вращение образующей гиперболоида
Образующие гиперболоида

2022 год

Калейдоскоп (модель №1)
Модель калейдоскопа (модель №2)
Калейдоскоп (упрощенная модель №3 с рисунками)
Игрушка- анти-стресс «Калейдоскоп» (техника оригами)
Теорема Пифагора
Теорема Бойаи-Гервина
Равновеликость и равносоставленность
Площадь правильного 12-угольника
Площадь круга
Вписанные и центральные углы-игра с резинками
Число Пи
Правильный пятиугольник: узел из полоски бумаги
Универсальная пробка
Кусочно-гладкое вложение многогранника
«Половинки тетраэдра» - модель пирамиды
Модели в технике оригами

Готовые модели (типографское изготовление):
Теорема Шаля
Квадрат суммы
Сумма нечетных чисел
Куб
Тетраэдр
Додекаэдр Штейнгауза
Элементарные частицы

В апреле 2021 года в МБОУ СОШ с углубленным изучением информатики №68 г. Пензы проходила XVIII школьная научно-практическая конференция.

В ней принимали участие и заняли 1 место в выставке моделей с проектом "Математическая составляющая" ученики 8В класса Моисеева Арина, Лыдин Владислав, Матерн Александр, Ашмарина Арина (на фото слева направо) и ученик 11В класса Карамышев Алексей (изготовил модель гиперкуба).

Модели были изготовлены по мотивам книги "Математическая составляющая"

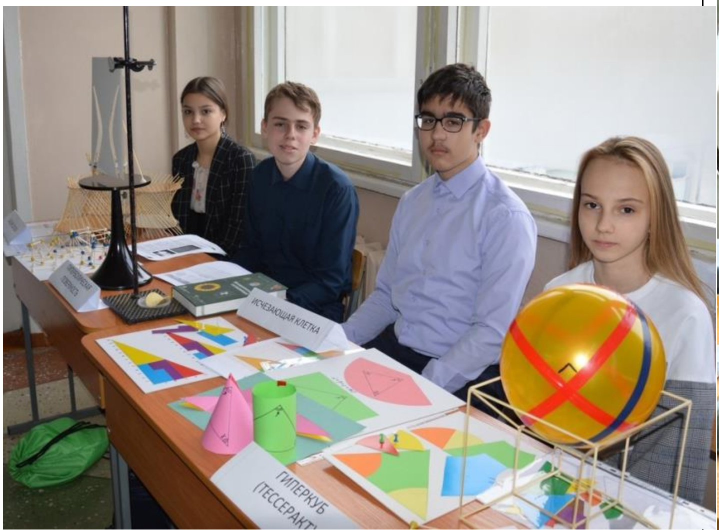
К каждой модели были подготовлены краткие описания, опирающиеся на материалы данной книги, материалы сайта "Математические этюды" и источники из интернета.

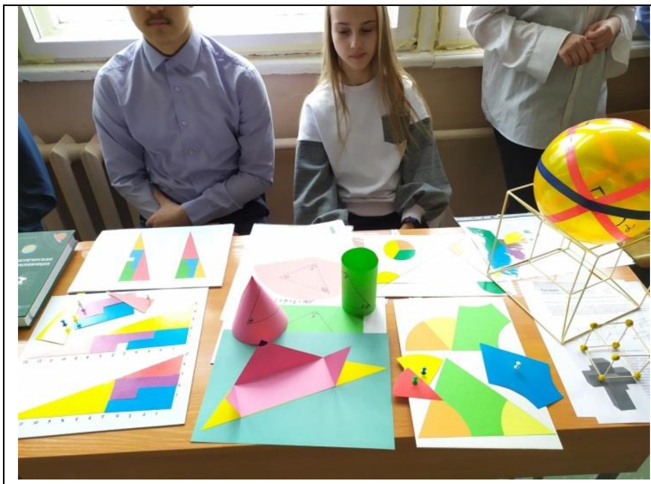
Участники проекта выражают огромную благодарность авторам книги и сайта, и особенно Н.Н.Андрееву, за популяризацию математики и очень интересное, увлекательное, наглядное, содержательное изложение сложных математических понятий, идей, теорий, фактов, их связи с реальными процессами в жизни. Ученики смогли пока только изучить небольшую часть материалов, но будут продолжать работать в этом направлении. И другие ученики школы в предыдущие годы принимали участие в школьной НПК с исследовательскими работами и моделями, но познакомившись с книгой "Математическая составляющая", смогли выйти на новый уровень понимания предмета математики, его практического применения в повседневной жизни и практической деятельности человека.

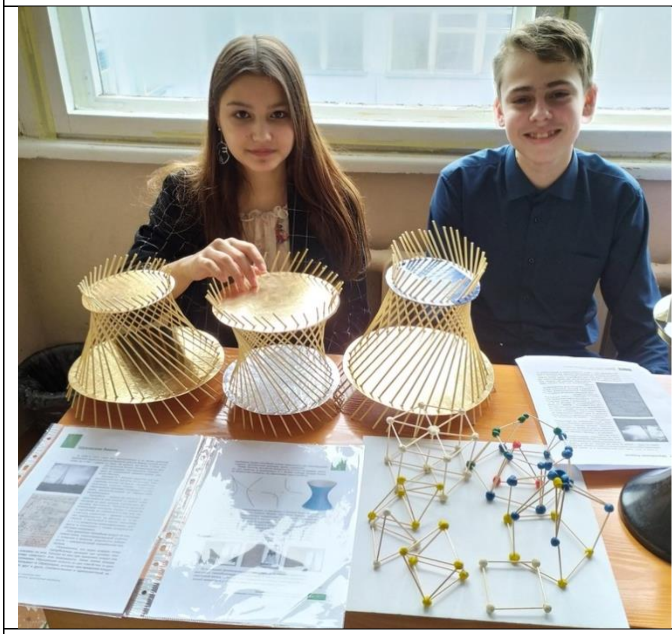
http://school68.edu-penza.ru/about/news/223963/ фото https://vk.com/album-133056914_277539496

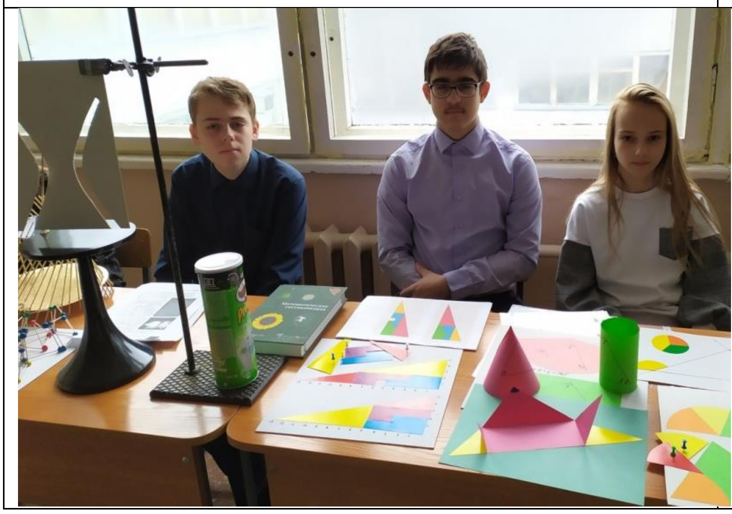
Материалы проекта опубликованы на сайте https://vk.com/etudesru?w=wall-192547232_2925

8 класс










ИСЧЕЗАЮЩАЯ КЛЕТКА
ГИПЕРКУБ
(ТЕССЕРАКТ)

Книга «Математическая составляющая» и сайт «Математические этюды» продолжает вдохновлять учеников. 28-29 апреля 2022 года в МБОУ СОШ с углубленным изучением информатики № 68 г. Пензы проходила XIX школьная научно-практическая конференция.

Ученики 9В класса Матерн Александр, Ашмарина Арина, Моисеева Арина, Тарасова Анастасия принимали в ней участие с проектом «Математический калейдоскоп», заняли 1 место в выставке проектов. Были самостоятельно изготовлены модели -список 2022 года

На стенде было представлено описание некоторых моделей и история создания калейдоскопа.

По мотивам книги https://book.etudes.ru
Математическая составляющая / Редакторы-составители Н. Н. Андреев, С. П. Коновалов, Н. М. Панюнин ; Художник-оформитель Р. А. Кокшаров. — 2-е изд., расш. и доп. — М. : Фонд «Математические этюды», 2019. — 367 с. : ил. — ISBN 978-5-906825-02-5. — Тираж 17 000 экз. https://etudes.ru
Штейнгауз Г.Д. Математический калейдоскоп. М.-Л.:1949

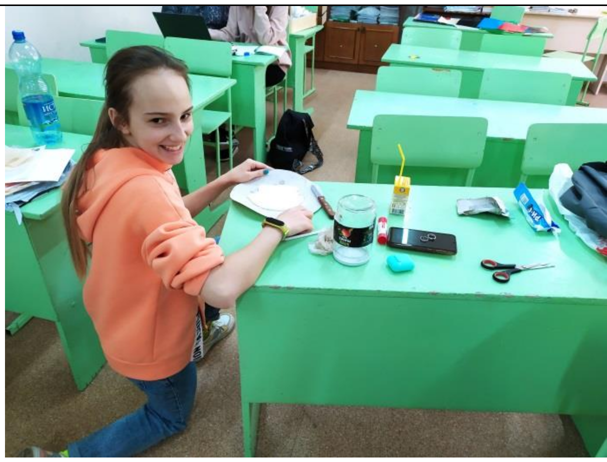
Проблематика проекта: недостаточное количество наглядных пособий по разным темам предмета математики в школе, как в рамках программы, так и за ее пределами. Цель проекта: наглядное представление математических процессов, явлений, понятий, популяризация математики, стимулирование интереса у учащихся к предмету. Задачи – этапы – способы решения: изготовление моделей, имеющих математическую составляющую, мастер-класс как изготовить самостоятельно некоторые модели (например, калейдоскоп).

Выставка моделей вызвала большой интерес у детей и взрослых, кто посетил выставку. Для участников проекта и их одноклассников это стало приятным событием школьной жизни, «сухие» математические формулы обрели материальное воплощение.

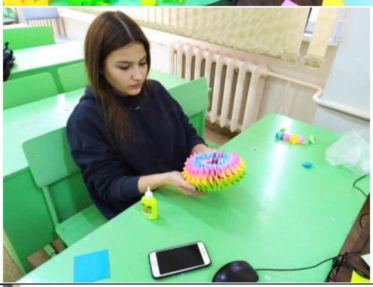
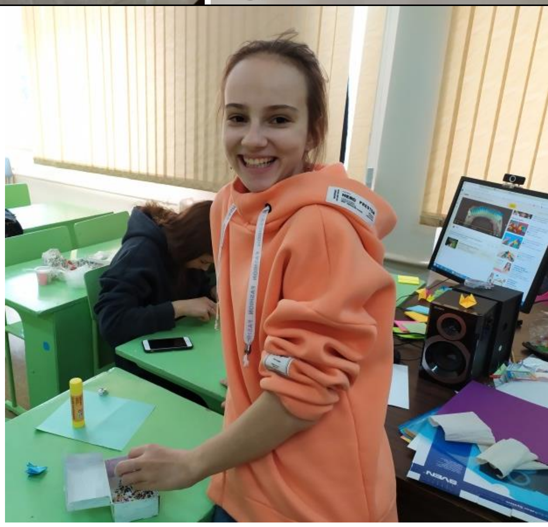
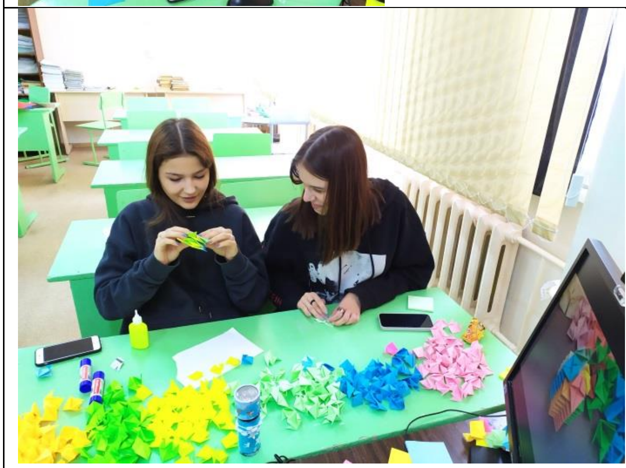
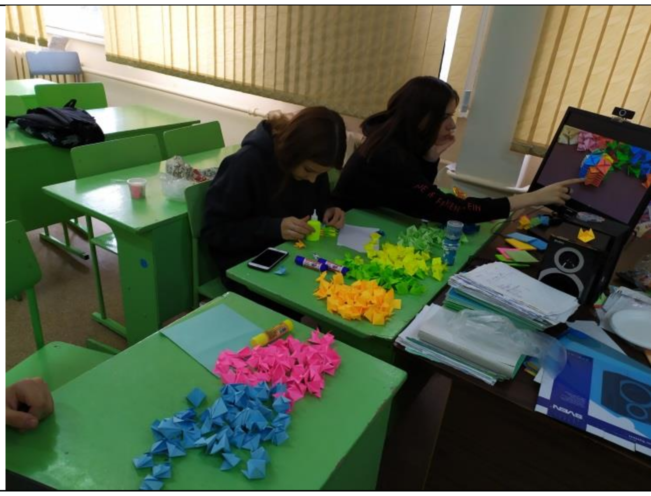
Например, для изготовления игрушки- анти-стресс «Калейдоскоп» (техника оригами), по нашим подсчетам потребовалось сорок «человеко-часов».

Ниже представлены ссылки на фотографии и видеоматериалы проекта «Математический калейдоскоп».
https://cloud.mail.ru/public/qPFn/Ad1jwRca1
(личный архив)
http://school68.edu-penza.ru/about/news/265584/
https://vk.com/wall-133056914_4903
https://vk.com/album-133056914_282387347
http://school68.edu-penza.ru/informatsiya/fotootchety-o-meropriyatiyakh-2021-2022-uchebnogo-goda/итоги.pdf

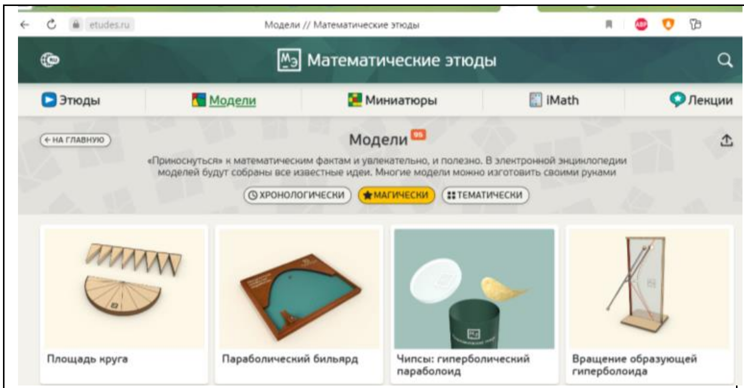
Подготовительный этап (9 класс)

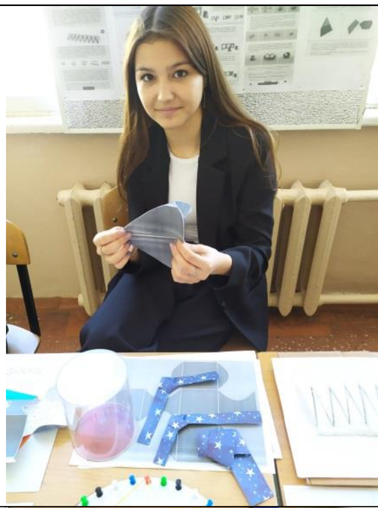



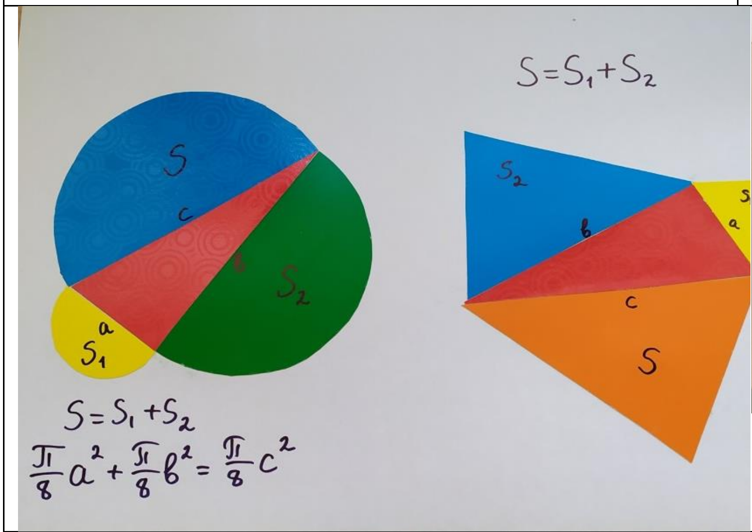


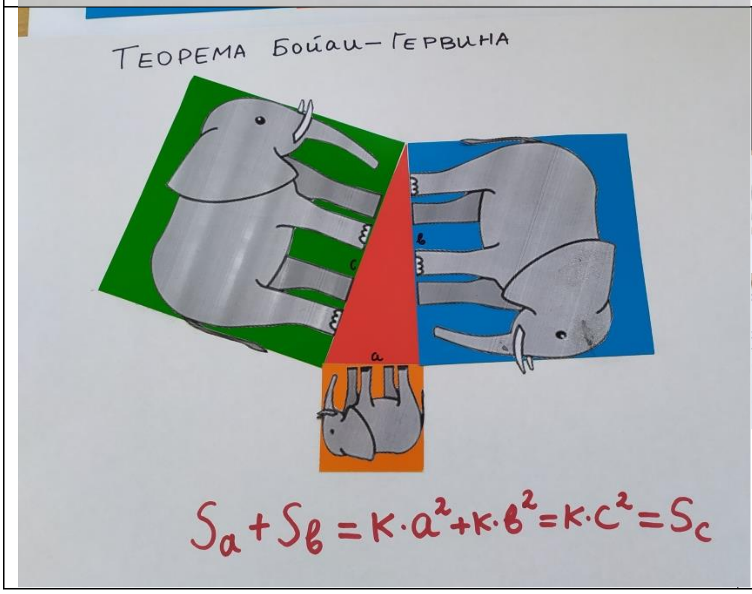






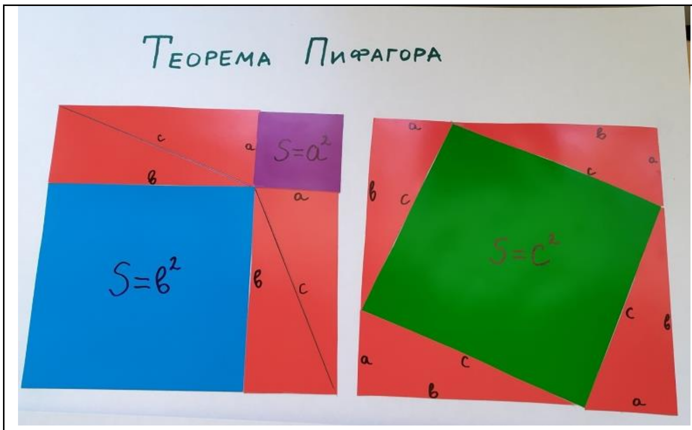
Выставка моделей на школьной конференции (9 класс)

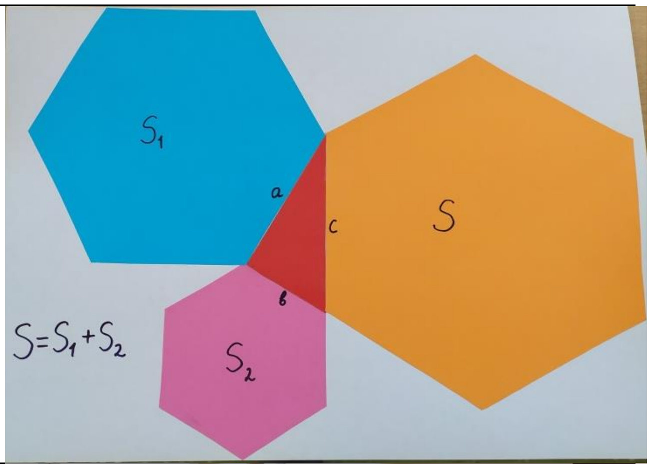


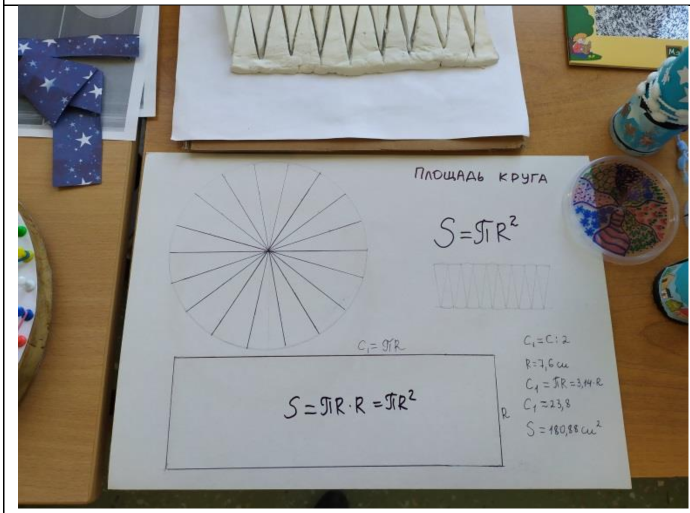


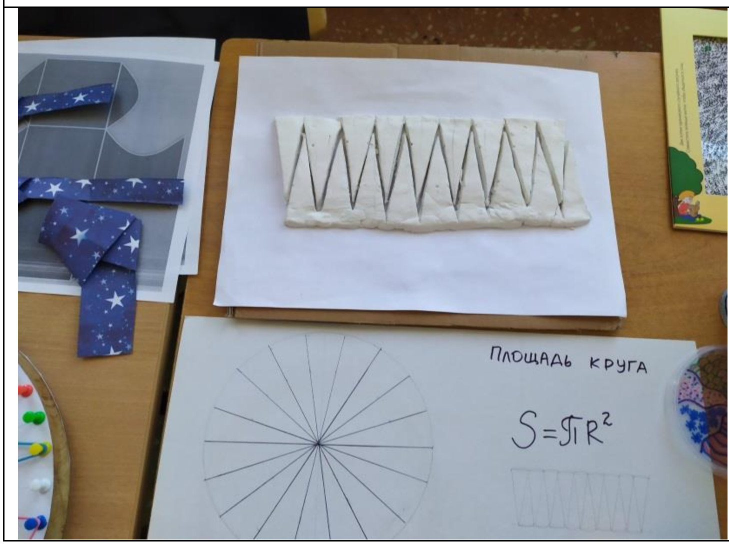





Теорема Пифагора
$S=a^2$
$S=в^2$
$S=c^2$


S_1
S
S_2
$S=S_1+S_2$


Площадь круга
$S=\pi R^2$
$C_1=\pi R$
$S=\pi R\cdot R=\pi R^2$
$C_1=C:2$
$R=7,6$ см
$C_1=\pi R=3,14\cdot R$
$C_1=23,8$
$S=180,88$ см^2

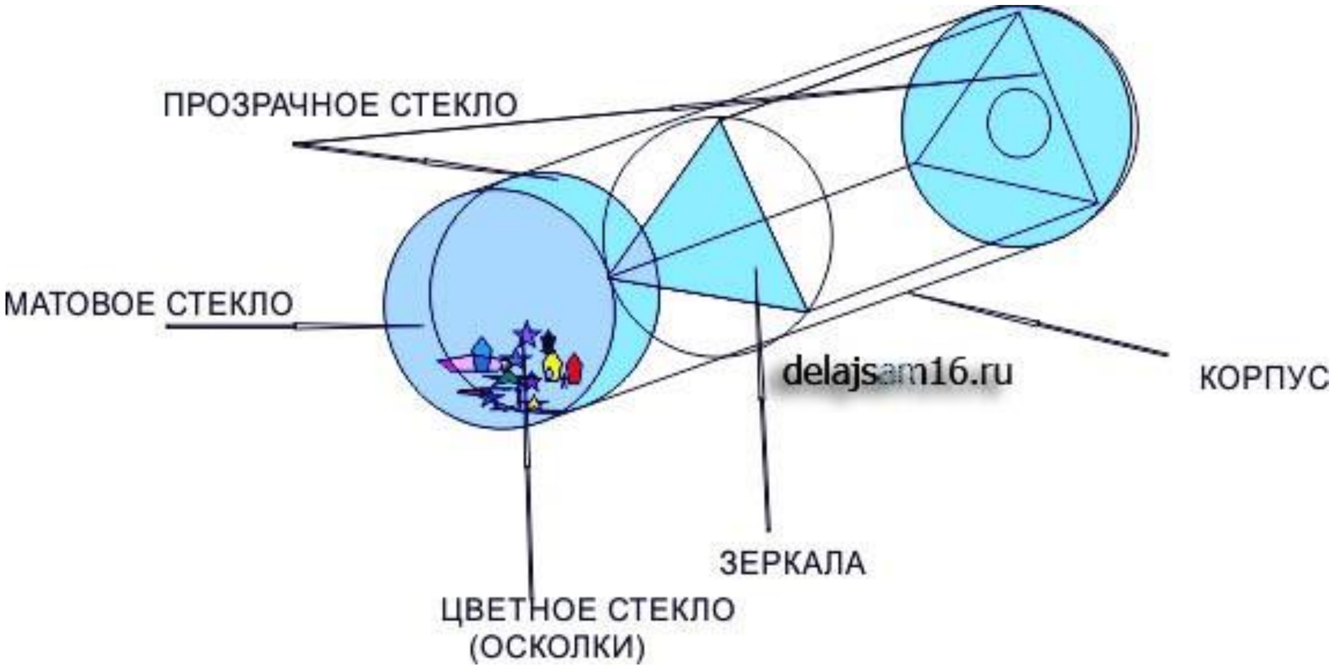

Площадь круга
$S=\pi R^2$


Теорема Пифагора




Приложение 1 Материалы для стенда

Схема строения калейдоскопа



Калейдоскоп

Калейдоскоп был придуман в начале XIX века. Его название происходит от древнегреческих слов *καλός* — красивый, *εἶδος* — вид, *σκοπέω* — наблюдаю. Это оптическое устройство, состоящее из трёх зеркал прямоугольной формы, сложенных в виде призмы («трубки») с треугольным сечением.

В одном из оснований призмы — двойное стеклянное дно, между стёклами насыпаны мелкие разноцветные предметы. В противоположном основании призмы — окуляр. При фиксированном положении калейдоскопа из предметов складывается картинка в «основном» треугольнике. Она многократно отражается в стенках-зеркалах, и наблюдатель через окуляр видит симметричный разноцветный узор.

При повороте калейдоскопа предметы пересыпаются, возникает новый, но тоже симметричный узор. Чтобы обеспечить симметрию узора и его «устойчивость» — лишь в этом случае устройство называют калейдоскопом, — для построения призмы подходят только три вида треугольников.

В самом распространённом типе калейдоскопов треугольник в сечении призмы равносторонний, у которого углы равны 60°. Этот вариант удобен и с производственной точки зрения — все зеркала одинаковые.

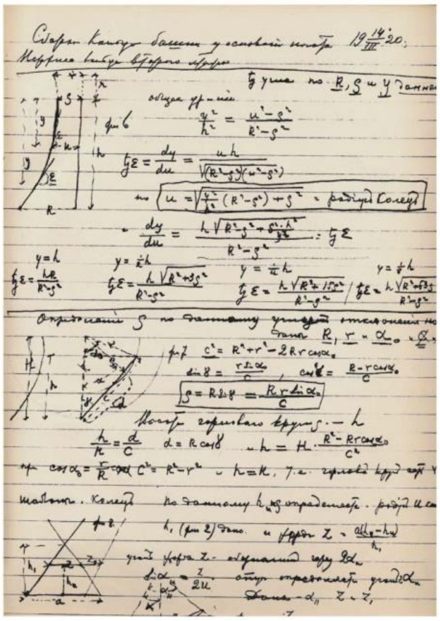
Два других варианта — прямоугольные треугольники с углами 90° — 45° — 45° и 90°—60°—30°.

Если рассматривать призмы не только с треугольным основанием, то калейдоскоп можно построить и на основе прямоугольника.

Чтобы понять, почему для изготовления калейдоскопа «на треугольниках» подходят только перечисленные варианты, вспомним, как формируется отражение в зеркале.

Шуховские башни

В 1920 и 1921 годах над малоэтажным в то время районом Шаболовки вырастала удивительная по красоте башня, причём росла «сама по себе» — рядом не было ни кранов, ни лесов. Сейчас эта 150-метровая башня, построенная по проекту Владимира Григорьевича Шухова, — один из узнаваемых архитектурных символов Москвы.



Дневник В. Г. Шухова сохранил для нас математические расчёты по проекту. Конструкция состоит из шести секций-гиперболоидов, каждая секция — «паутина», образованная прямыми стальными швеллерами, расположенными по образующим гиперболоидов.

Гипербола — кривая на плоскости, модуль разности расстояний от любой точки которой до двух данных, называемых фокусами, постоянен. Гипербола является коническим сечением, наряду с эллипсом и параболой, но отличается от них тем, что у неё есть асимптоты — прямые, к которым она приближается, но никогда их не достигает. У изучаемой в школе гиперболы $y = 1/x$ асимптоты перпендикулярны друг другу и совпадают с осями декартовой системы координат.

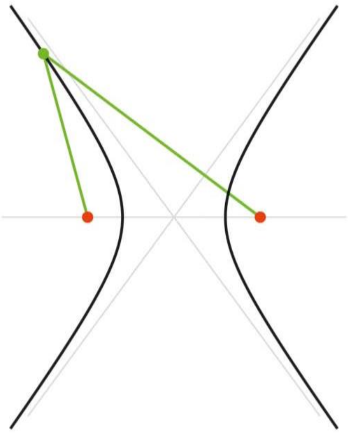
При вращении гиперболы вокруг её оси симметрии, перпендикулярной отрезку с концами в фокусах, получается поверхность — однополостный гиперболоид вращения.

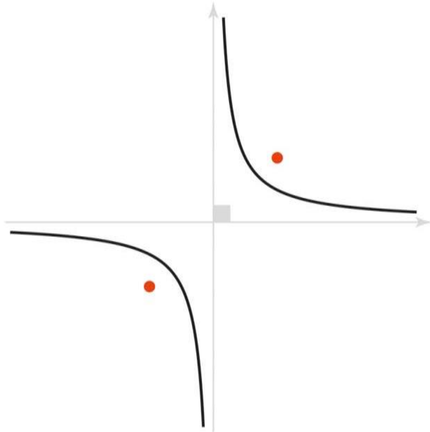
Оказывается, что через каждую точку гиперболоида проходят две прямые, полностью лежащие на нём. Каждая из них при вращении вокруг оси гиперболоида «заметает» всю поверхность. Такие линии называются образующими. Образующие делятся на два семейства: в одно семейство попадают те образующие, которые при вращении вокруг оси переходят друг в друга. Соответственно и однополостный ги-

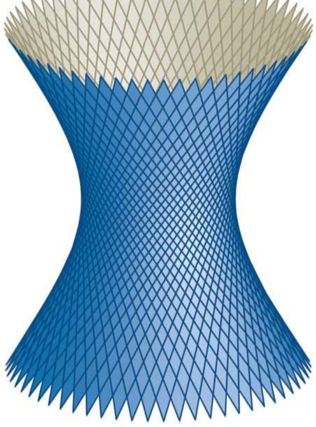
Приложения: архитектура, инженерное дело
Математика: гипербола, асимптота, однополостный гиперболоид

перболоид двумя способами можно представить как своеобразный «паркет», выложенный прямыми одного семейства.

Таким образом, изогнутая поверхность состоит из прямых. Именно это свойство и использовал В. Г. Шухов: каждая секция башни на Шаболовке «соткана» из образующих двух семейств.







В. Г. Шухов спроектировал и построил в России более двухсот гиперболоидных водонапорных башен. При этом каждый проект был уникален — выполнение технических требований соединялось с архитектурной привязкой к местности. А первая такая конструкция была представлена на Всероссийской промышленной и художественной выставке, проходившей в 1896 году в Нижнем Новгороде.

Ещё несколько известных примеров. Для перехода линии электропередачи НиГРЭС через Оку под Нижним Новгородом был сооружён каскад из четырёх пар гиперболоидных опор (самые высокие — по 128 метров). Под Херсоном до сих пор сохранились большой и малый маяки гиперболоидной конструкции.

За последние десятилетия в разных странах появилось несколько высотных гиперболоидных сооружений. И все их авторы признают огромный вклад, который внёс в разработку таких конструкций великий инженер и учёный Владимир Григорьевич Шухов.

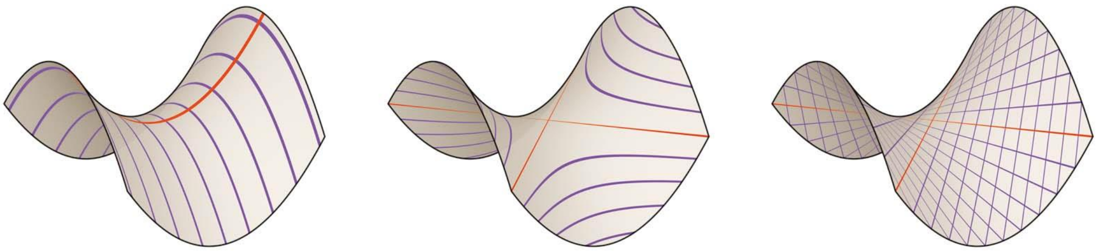
→ 322

Чипсы

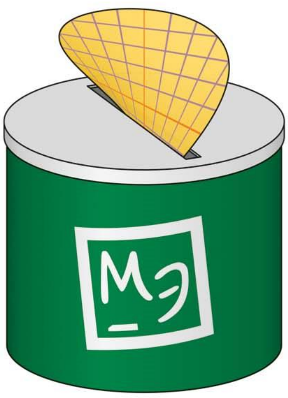
Упакованные в цилиндрические тубусы чипсы, чтобы они меньше крошились, запекают на жарочных листах, придающих плоским заготовкам форму гиперболического параболоида.

Эта напоминающая седло поверхность образуется при движении параболы (её ветви направлены вниз), вершина которой скользит по другой, неподвижной параболе (ветви направлены вверх). Плоскости парабол в каждый момент времени перпендикулярны, оси — параллельны.

Появление слова «гиперболический» в названии объясняется тем, что при пересечении поверхности с горизонтальной плоскостью получается гипербола. (Если плоскость проходит через центр седла, то гипербола вырождается в пару пересекающихся прямых.)



Но кроме парабол и гипербол на гиперболическом параболоиде «живут» и прямые: через каждую точку этой седловидной поверхности проходят две прямые. Каждая из них может двигаться по поверхности гиперболического параболоида, заметая её. В математике поверхности, образованные движением прямой линии (образующей), называются линейчатыми. Простые примеры — цилиндр и конус. А вот линейчатость гиперболического параболоида или однополостного гиперболоида (вспомните конструкции В. Г. Шухова), конечно, удивляет.



Свойство линейчатости проявит себя наглядно, если в крышке тубуса проделать прямолинейную прорезь, а затем взять из стопки чипсов один ломтик и «опустить» его в тубус через полученную щель. Это можно сделать не сломав ломтик, надо только держать (и поворачивать!) его так, чтобы в каждый момент времени через прорезь проходила образующая гиперболического параболоида.

326

Приложения: повседневная жизнь
Математика: парабола, гипербола, линейчатые поверхности

Ломтик пиццы

Пицца — это съедобная тарелка из теста, на которой лежит вкусная всякая всячина. В Италии пиццу едят по-разному: на бегу — держа ломтик руками, в пиццерии — вооружившись ножом и вилкой.

Если вы возьмёте треугольник пиццы руками, он может перегнуться и начинка будет потеряна. А нельзя ли застраховать себя от этой опасности?

Оказывается, можно: надо самому изогнуть ломтик, отогнув края вверх так, чтобы поверхность стала цилиндрической.

Если тесто тонкое и пропечённое (как, например, в римской пицце), то кусочек пиццы по свойствам похож на бумажный лист — гнётся, но не растягивается. Эксперименты с цилиндрически согнутым бумажным треугольником убеждают, что даже «носик» у него не отгибается вниз.

Дело в том, что цилиндрическая поверхность, как и коническая, — очень простая, она получается сворачиванием плоского листа бумаги. У этих поверхностей есть плоская развёртка, они, по сути, являются плоскими.

Если бы можно было изгибанием без растяжений отогнуть носик у цилиндрически согнутого бумажного треугольника, то получилась бы поверхность, похожая на седло.

Математический ключ к объяснению того, что это невозможно, — теорема, утверждающая, что важная характеристика поверхности, называемая гауссовой кривизной, не меняется при изгибании — это инвариант.

У «плоских» поверхностей (цилиндр, конус) гауссова кривизна нулевая, а у седловидной поверхности — отрицательная. Значит, превратить изгибанием цилиндрическую поверхность в «седло» не удастся.

Как следствие — цилиндрически согнутый ломтик пиццы застрахован от неожиданного перегибания и падения начинки. Так геометрическая теорема позволяет беззаботно наслаждаться пиццей.

→ 326

Рецензия

на научно-практическую работу
учащихся 10 класса МБОУ СОШ
с углубленным изучением информатики № 68

Ашмариной Арины, Матерн Александра, Моисеевой Арины, Тарасовой Анастасии, Лыдина Владислава

проект по теме: **«Математический калейдоскоп»**

Научное направление работы. Работа написана на актуальную тему и представляет собой проект, исследование, целью которого является наглядное представление математических процессов, явлений, понятий, популяризация математики, стимулирование интереса у учащихся к предмету

Научная новизна. Проблематика проекта- недостаточное количество наглядных пособий по разным темам предмета математики в школе, как в рамках программы, так и за ее пределами. Решению этой проблемы может помочь изготовление моделей, имеющих математическую составляющую, мастер-класс как изготовить самостоятельно некоторые модели. Что и делают авторы проекта.

Оценка достоверности результатов. Использованные методы научного исследования (теоретическое познание, наблюдение, системный подход, анализ литературы, интернет-источников, практическое изготовление моделей) позволили авторам представить самостоятельно выполненный проект продуктом , которого являются модели, информационные стенды и мастер-класс по изготовлению некоторых моделей.

Теоретическая значимость рецензируемой работы заключается в самостоятельной интерпретации авторами результатов проекта, помогает более осознанно освоить ряд математических понятий. Это решает задачу освоения научных понятий в области математики на основе межпредметного моделирования, что, в свою очередь, выводит учащихся на более осознанное понимание учебных материалов, а, следовательно, повышает мотивацию.

Практическая значимость определяется возможностью использования логики и результатов исследования в качестве иллюстрации применения математики не только в точных дисциплинах, но и в повседневной жизни. Наиболее существенные достоинства данного подхода позволят учащимся:

1) расширить восприятие границ применения законов математики;

2) развивать не только рациональное, но и практическое познание науки, что особенно важно для учащихся с гуманитарным складом мышления;
3) интегрировать математическую и информационную компетентности при изготовлении моделей математических понятий, явлений и процессов;

Формальная характеристика исследования. Стиль изложения научный, содержание последовательно и структурно выдержано. Научно-практическая работа имеет межпредметную связь. Предметный материал выходит за рамки базовых программ основного образования, затрагивает вопросы уже профессионального образования. Данная работа адресована учащимся основной и старшей школы, может быть использована на занятиях в школе на уроках математики, физики, факультативах, а также в урочных и внеурочных проектах, связанных с метапредметным подходом в изучении математики, физики.

Общее заключение. Считаю, что рецензируемая работа полностью удовлетворяет всем предъявляемым требованиям к написанию научно-практических работ школьников и заслуживает высокой оценки.

Рецензент

Учитель математики МБОУ СОШ с
углубленным изучением информатики №68 _______________Богомолова О.П.
«26» декабря 2022 г.